

Georg Mohr i Grundskolen

ved Terese Nielsen og Signe Ammitzbøll, Science Talenter

Georg Mohr Konkurrencen

Årlig matematikkonkurrence med 2 runder.

15.000-20.000 deltagere i første runde. Første rundes opgaver er multiple choice og svar med et heltalsfacit.

Opgaver og facit er tilgængelige på nettet <https://www.georgmohr.dk/mc.html>

Formelle forudsætninger: basal geometri, regnekundskaber og logisk sans.

Klassificering

Opgavetype	Typiske forudsætninger
Kombinatorik	Tælle, sandsynlighed
Talteori	Lige og ulige, hvad går op, primtalsfaktoriserings
Geometri	Ensvinklede, ligebenede, retvinklede trekanter. Cirklers omkreds og areal
Spil	Vindende strategier, antal træk
Algebra	Bogstavregning, vurder størrelser f.eks. af brøker, parentesregler, kvadratrødder, potensregnerregler

Tips til løsning

- Læs. To gange!
- Sæt bogstaver på. Skriv dine oplysninger op
- Gå systematisk frem. Lav en liste. Prøv af med eksempler
- Vælg en fælles målestok
- Figuropgaver: Find dét, der er ens (vinkler, sider ...). Skift synsvinkel

Værsgo at regne!

Overvej, hvilke kategorier opgaverne passer ind i.

Vi bruger eksempelopgaver fra november 2018

<https://www.georgmohr.dk/mc/mc19opg.pdf>

Hvordan vil I klassificere opgaverne?

Hvilke opgaver vil I gerne se løst?

Tips og vink - igen

- Læs. To gange!
- Sæt bogstaver på. Skriv oplysningerne op
- Gå systematisk frem. Lav en liste. Prøv af med eksempler
- Vælg en fælles målestok
- Figuropgaver: Find dét, der er ens (vinkler, sider ...). Skift synsvinkel

I det følgende kommer

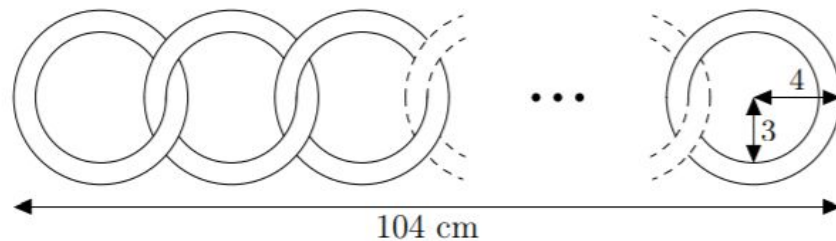
Multiple choice opgaverne fra november 2018

En-tre slides pr. opgave med opgave, løsningsvejledning, morale

1. Tælleopgave / Geometriopgave
2. Talteori - lige og ulige
3. Geometri / Tælleopgave. Find målestok, cirklers omkreds
4. Talteori - hvad går op
5. Algebra /vvurder størrelse - hvad vokser hurtigst, bogstavregning
6. Geometri - find trekanten, Pythagoras
7. Bogstavregning
8. Geometri - hvad er ens?
9. Talteori. Fortsæt mønsteret, find en formel
10. Algebra. Gør prøve, regn med bogstaver

Georg Mohr første runde 2019

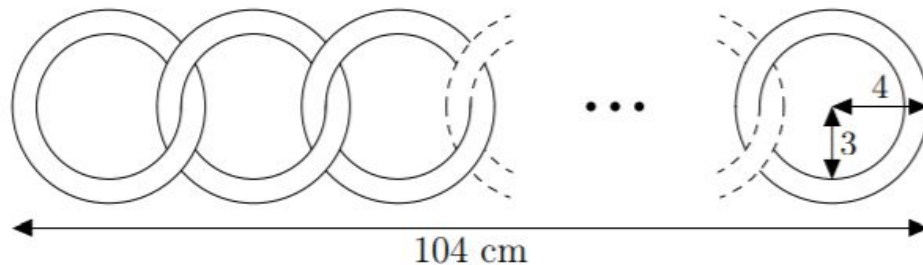
1. Et antal ens papringe er sat sammen til en 104 cm lang kæde som vist. Papringenes ydre radius er 4 cm, og deres indre radius er 3 cm. Hvor mange papringe består kæden af?



- A) 13 B) 15 C) 17 D) 20 E) 25

Georg Mohr første runde 2019

1. Et antal ens papringe er sat sammen til en 104 cm lang kæde som vist. Papringenes ydre radius er 4 cm, og deres indre radius er 3 cm. Hvor mange papringe består kæden af?

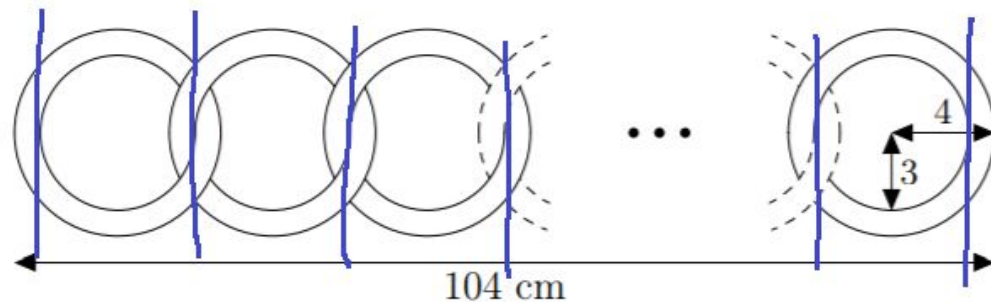


- A) 13 B) 15 C) 17 D) 20 E) 25

Vælg en fornuftig enhed.
Sæt bogstaver på oplysningerne.

Georg Mohr første runde 2019

1. Et antal ens papringe er sat sammen til en 104 cm lang kæde som vist. Papringenes ydre radius er 4 cm, og deres indre radius er 3 cm. Hvor mange papringe består kæden af?



- A) 13 B) 15 C) 17 D) 20 E) 25

Tæl indre cirkler. Kald antallet n .

Der er et helt antal af de indre cirkler med radius 3, og derudover to kanter med tykkelse 1.

$$104 = n \cdot 6 + 2$$

Hvor mange gange går 6 op i 102?

Georg Mohr første runde 2019

2. Syv pinde har alle heltallig længde, og deres samlede længde er 84. De to korteste pinde har tilsammen en længde på 17, mens de to længste pinde tilsammen har en længde på 33. Hvad er det største antal pinde der kan have et ulige tal som længde?
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

[Del op i underspørgsmål](#)

Korte pinde

Lange pinde

Mellem pind

Georg Mohr første runde 2019

2. Syv pinde har alle heltallig længde, og deres samlede længde er 84. De to korteste pinde har tilsammen en længde på 17, mens de to længste pinde tilsammen har en længde på 33. Hvad er det største antal pinde der kan have et ulige tal som længde?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Del op i underspørgsmål

Korte pinde

Lange pinde

Mellem pind

Principper om lige og ulige

lige = lige + lige eller

ulige = ulige + lige

lige = ulige + ulige

lige = lige · ulige eller

ulige = ulige · ulige

lige = lige · lige

Georg Mohr første runde 2019

2. Syv pinde har alle heltallig længde, og deres samlede længde er 84. De to korteste pinde har tilsammen en længde på 17, mens de to længste pinde tilsammen har en længde på 33. Hvad er det største antal pinde der kan have et ulige tal som længde?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ulige = ulige + lige. Så der er én pind med ulige længde blandt de to korte, og én blandt de to lange.

De sidste tre pinde har længden $84 - (17 + 33) = 34$

$34 = \text{lige} + \text{lige} + \text{lige}$ eller $34 = \text{lige} + \text{ulige} + \text{ulige}$

Georg Mohr første runde 2019

3. En cirkelskive med radius 5 rulles langs linjen fra A til B .



Figuren viser cirkelskiven i både start- og slutposition. Afstanden fra A til B er et af følgende fem tal. Hvilket?

- A) 22π B) 23π C) 24π D) 25π E) 26π

Georg Mohr første runde 2019

3. En cirkelskive med radius 5 rulles langs linjen fra A til B .



Figuren viser cirkelskiven i både start- og slutposition. Afstanden fra A til B er et af følgende fem tal. Hvilket?

- A) 22π B) 23π C) 24π D) 25π E) 26π

Vælg en enhed. Cirkelns omkreds er 10π .

Cirklen triller $\frac{2}{5}$ omgang og derudover et helt antal omgange, n .

$\frac{2}{5}$ omgange er 4π . Et helt antal omgange er $n10\pi$.

I alt $(4+n10)\pi$.

Georg Mohr første runde 2019

4. Ane vælger et helt tal. Benny vælger Anes tal plus 1, Charlotte vælger Bennys tal plus 1, og Dorte vælger Charlottes tal plus 1. Nu vælger Else Dortes tal ganget med 4, og Freddy vælger Elses tal plus 2. Hvor mange af de seks valgte tal går 4 op i?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) det kommer an på hvilket tal Ane vælger

4 går op i ét af tallene A, B, C, D

Læs opgaven grundigt. Læs opgaven to gange.

4 går op i E, fordi $E=4D$

Giv interessante størrelser bogstavnavne.

4 går *ikke* op i F, fordi $F=4D+2$

Et tal t går op i et andet tal s , hvis $s = k \cdot t$

Georg Mohr første runde 2019

5. Af tallene a , b , c og d , som alle er større end 2, dannes tallene $A = \frac{a+b}{c+d}$, $B = \frac{a \cdot b}{c+d}$, $C = \frac{a+b}{c \cdot d}$ og $D = \frac{a \cdot b}{c \cdot d}$. Hvilket af disse tal er størst?

A) A B) B C) C D) D E) det kan ikke afgøres

Ved tvivlstilfælde: prøv med det eksempel.

Brøker er større, jo mindre deres nævner og jo større deres tæller er.

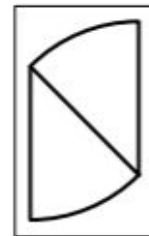
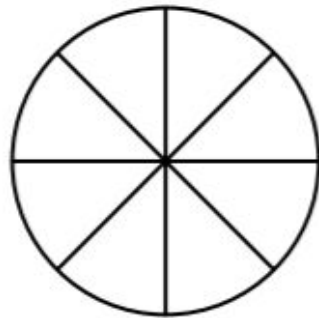
$a=2$, $b=3$, $c=4$, $d=5$

At gange med noget vokser hurtigere end at lægge noget til.

Læg mærke til,
at kun a og b
indgår i tælleren
at kun c og d
indgår i
nævneren

Georg Mohr første runde 2019

6. En lagkage med en radius på 16 cm skæres ud i otte lige store stykker. To af stykkerne lægges i en rektangulær æske som vist. Hvad er æskens mindst mulige bredde?

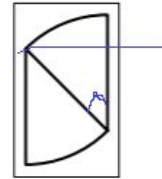
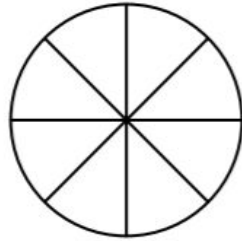


bredde

- A) 8 cm B) 2π cm C) $8\sqrt{2}$ cm D) $4\sqrt{3}$ cm E) 4π cm

Georg Mohr første runde 2019

6. En lagkage med en radius på 16 cm skæres ud i otte lige store stykker. To af stykkerne lægges i en rektangulær æske som vist. Hvad er æskens mindst mulige bredde?



bredde

- A) 8 cm B) 2π cm C) $8\sqrt{2}$ cm D) $4\sqrt{3}$ cm E) 4π cm

Retvinklet trekant med en vinkel på 45° .

Dvs trekanten er ligebenet.

Hypotenusen er 16 cm lang.

Pythagoras: $2x^2=16^2$

$$x^2=8 \cdot 16=2^7$$

$$x=8\sqrt{2}$$

Find en retvinklet trekant.

Find en vinkel.

Georg Mohr første runde 2019

7. Tallene a , b og c opfylder $a + b + c = 15$, $a + b - c = 5$ og $a - b + c = 25$. Hvad er værdien af udtrykket $a - b - c$?

- A) 15 B) 5 C) -5 D) -10 E) -45

En blandt mange mulige løsningsmetoder

Første ligning giver

$$b+c=15-a$$

Dette anvendes i det ønskede udtryk

$$a-b-c=a-(b+c)=a-15+a=2a-15$$

Anden plus tredje ligning giver

$$a + b - c + (a - b + c) = 2a = 5 + 25 = 30$$

Til sammen får vi

$$a - b - c = 2a - 15 = 30 - 15 = 15$$

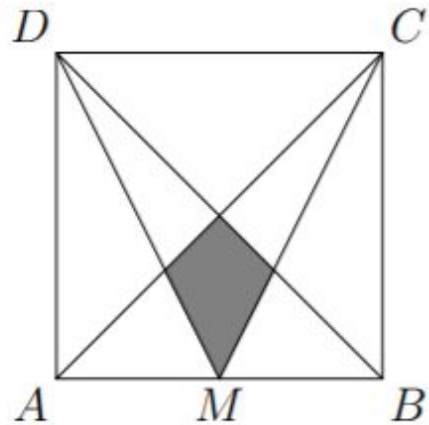
Bogstavregning.

Få en god ide til, hvad man kan gøre med de givne oplysninger.

Få noget til at gå ud. Udtryk noget på en anden måde.

Georg Mohr første runde 2019

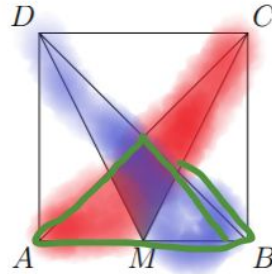
8. I kvadratet er M midtpunktet af siden AB . Kvadratets sidelængde er 1. Hvad er arealet af det grå område?



- A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{2}{27}$

Georg Mohr første runde 2019

8. I kvadratet er M midtpunktet af siden AB . Kvadratets sidelængde er 1. Hvad er arealet af det grå område?



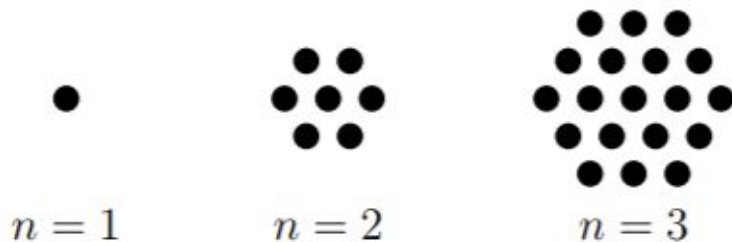
- A) $\frac{2}{15}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{3}{16}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{2}{27}$

Både den blå, den røde og den grønne trekant har arealet $\frac{1}{4}$.
Så alle tre komponenter af den grønne trekant (rød, blå, både rød og blå)
må have samme areal.
Så det grå areal er en tredjedel af $\frac{1}{4}$ - altså $\frac{1}{12}$.

Genkend størrelser.
Læg mærke til det, der er
ens.

Georg Mohr første runde 2019

9. Figuren viser sekskanter opbygget af prikker med n prikker langs hver side. For $n = 1$ består figuren af 1 prik, for $n = 2$ af 7 prikker, osv.

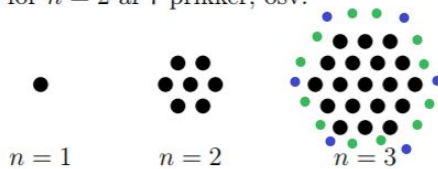


Hvor mange prikker skal der bruges til sekskanten med n prikker langs hver side?

- A) $n^3 - 3n^2 + 8n - 5$ B) $6n - 5$ C) $n^2 + 3n - 3$
D) $3n^2 - 3n + 1$ E) $n^3 + 6n^2 - 7n + 1$

Georg Mohr første runde 2019

9. Figuren viser sekskanter opbygget af prikker med n prikker langs hver side. For $n = 1$ består figuren af 1 prik, for $n = 2$ af 7 prikker, osv.



$$T_{n+1} = T_n + 6n$$

Hvor mange prikker skal der bruges til sekskanten med n prikker langs hver side?

- A) $n^3 - 3n^2 + 8n - 5$ B) $6n - 5$ C) $n^2 + 3n - 3$
 D) $3n^2 - 3n + 1$ E) $n^3 + 6n^2 - 7n + 1$

n	1	2	3	4
antal prikker	1	7	19	37
C	1	7	15	
D	1	7	19	

Gå systematisk frem.

Udeluk så meget som muligt

Lav en liste.

Fortsæt mønsteret.

Gør prøve.

Georg Mohr første runde 2019

10. Det oplyses at $x = r$ er løsning til ligningen $x^3 + 1 = a \cdot x$. Hvilket af følgende tal er med sikkerhed løsning til ligningen $x^3 + 1 = a \cdot x^2$?

- A) r^2 B) r^3 C) \sqrt{r} D) $\frac{1}{r}$ E) $a \cdot r$

Gør prøve...

$$\frac{1}{r^3} + 1 = a \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$r^3 \cdot \left(\frac{1}{r^3} + 1 \right) = r^3 \cdot a \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$1 + r^3 = a \cdot r$$